



Home Page

Title Page

Contents



Page 1 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

APL Deutschland

SUDOKU MIT APL

`www.ursoswald.ch`

Urs Oswald

`osurs@bluewin.ch`

28. November 2006



Home Page

Title Page

Contents



Page 2 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Inhaltsverzeichnis

1	Simple Rekursion	3
2	4×4-Sudokus	5
3	9×9-Sudokus	10
4	Erzwungene Ergänzung	14
5	Boolesche Kandidatenliste	25
6	Zwang und Rekursion	29
7	X- und Y-Zyklen	30



Home Page

Title Page

Contents



Page 3 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1. Simple Rekursion

Simple Rekursion



Home Page

Title Page

Contents



Page 4 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$v \leftarrow \text{SUDOKUrekEineL_prim } nm; w; z; s; u; L; i; nmi$

$v \leftarrow 10$

⊗ v initialisieren

$\rightarrow (\sim \wedge / \text{konformZSB } nm) / 0$

$\rightarrow (v / , nm = 0) / \text{UNVOLLSTAENDIG}$

⊗ Leeres Feld?

VOLLSTAENDIG:

$v \leftarrow , < nm \diamond \rightarrow 0$

⊗ Sonst: Verpacke nm in v

UNVOLLSTAENDIG:

$w \leftarrow \text{Moeglichkeiten } nm$

$\rightarrow (\sim w \equiv 10) / \text{ERGAENZEN}$

⊗ Keine Moeglichkeit?

$\rightarrow 0$

ERGAENZEN:

$(z \ s \ u) \leftarrow w$

⊗ w : Zeile, Spalte, Kandidatenvektor

$L \leftarrow ((\rho u) \rho \text{LOOP}), 0$

$i \leftarrow 1$

LOOP:

$\rightarrow (0 < \rho v) / 0$

⊗ nur eine Loesung

$nmi \leftarrow nm$

$nmi[z; s] \leftarrow u[i]$

$v \leftarrow \text{SUDOKUrekEineL_prim } nmi$

$\rightarrow L[i \leftarrow i + 1]$



Home Page

Title Page

Contents



Page 5 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

2. 4×4 -Sudokus

Es gibt genau 288 vollständige 4×4 -Sudokus.

Beweis: Wir setzen voraus, der erste Block sei wie folgt besetzt:

1	2		
3	4		

sdk4_01 4

Dann muss die erste Zeile im Block 2 (oben rechts) 3 und 4 enthalten, und die zweite Zeile 1 und 2. Deshalb bleiben 4 mögliche Fälle:

1	2	3	4
3	4	1	2

sdk4_02 8

1	2	3	4
3	4	2	1

sdk4_03 8

1	2	4	3
3	4	1	2

sdk4_04 8

1	2	4	3
3	4	2	1

sdk4_05 8



4×4-Sudokus Fall I

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 6 of 34

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

1	2	3	4
3	4	1	2

sdk4_02 8

Betrachten wir Block 3 (unten links). Die erste Spalte muss aus 2 und 4, die zweite aus 1 und 3 gebildet werden. In jeder der beiden Spalten können die Zahlen unabhängig voneinander permutiert werden. Jeder Zustand von Block 3 bestimmt eindeutig den Zustand von Block 4. Deshalb gibt es *4 Möglichkeiten*.



4×4-Sudokus Fall II

Home Page

Title Page

Contents



Page 7 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	2	3	4
3	4	2	1

sdk4_03 8

In Block 3 führen die Zeilen (2, 3) and (4, 1) zu einem Widerspruch, d.h. es gäbe keine Vervollständigung. Für die Zeilen 3 und 4 der vollständigen Vorlage bleiben deshalb nur die beiden Möglichkeiten (2, 1, 4, 3) und (4, 3, 1, 2). Vertauschen dieser beiden Zeilen führt zu *2 Möglichkeiten*.



4×4-Sudokus Fall III

Home Page

Title Page

Contents



Page 8 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	2	4	3
3	4	1	2

sdk4_04 8

Dieser Fall ist analog zum Fall II. Es bestehen *2 Möglichkeiten*.



4×4-Sudoku Fall IV

Home Page

Title Page

Contents

◀ ▶

◀ ▶

Page 9 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	2	4	3
3	4	2	1

sdk4_05 8

Dieser Fall ist analog zu Fall I. Es bestehen *4 Möglichkeiten*.

Somit bestehen bei vorgegebenem erstem Block $4 + 2 + 2 + 4 = 12$ Möglichkeiten. Alle andern vollständigen Sudokus können durch eine Umbenennung (Permutation) der Zahlen 1, 2, 3, 4 erhalten werden. Die Zahl der Permutationen von 4 Elementen beträgt $4! = 24$. Somit gibt es insgesamt

$$4! \cdot (4 + 2 + 2 + 4) = 288$$

vollständige Sudokus.



Home Page

Title Page

Contents



Page 10 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

3. 9×9 -Sudokus

6 670 903 752 021 072 936 960

Bertram Felgenhauer und Frazer Jarvis (in *Enumerating possible Sudoku grids*) haben unabhängig voneinander berechnet, dass die Zahl der 9×9 -Sudokus

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

beträgt (ungefähr 6 670 Trillionen).

<http://www.afjarvis.staff.sheff.ac.uk/sudoku/sudoku.pdf>



9×9-Sudokus

Home Page

Title Page

Contents



Page 11 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Unter der Voraussetzung, dass wiederum der erste Block der Reihe nach durch die Zahlen 1 bis 9 belegt wird, zeigen sie durch leicht verständliche kombinatorische Überlegungen, dass es *für die ersten 3 Zeilen*

$$2 \cdot (3!)^6 + 18 \cdot 3 \cdot (3!)^6 = 56 \cdot (3!)^6 = 2\,612\,736$$

Vervollständigungen gibt.

Durch eine Kombination von gruppentheoretischen Überlegungen und „roher Computergewalt“ erhalten sie dann anschliessend die genannte Zahl.



9×9-Sudokus

Die beiden Sudoku-Vorlagen

sdk9_uo_empty 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	8	9	1
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8	9	1	2
6	7	8	9	1	2	3	4	5
9	1	2	3	4	5	6	7	8

sdk9_uo_full 81

sind *regelkonform*, d.h. sie erfüllen die Zeilen-, Spalten- und Blockbedingung.

Die leere Vorlage hat 6 670 903 752 021 072 936 960 Vervollständigungen.

Aus der zweiten Vorlage ergeben sich durch Umbenennung (Permutation) der Werte 1 bis 9

$$9! = 362\,880$$

verschieden aussehende, jedoch im Wesentlichen äquivalente Sudokus.

Home Page

Title Page

Contents

◀ ▶

◀ ▶

Page 12 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit



Home Page

Title Page

Contents



Page 13 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

9×9-Sudokus - Minimalvorlage

Wieviele Zellen müssen vorgegeben sein, damit die Vervollständigung eindeutig bestimmt ist? Gemäss dem *Scientific American* (Juni 2006) ist

	1							9
			3				8	
							6	
				1	2	4		
7		3						
5								
8			6					
				4				2
			7					5

sdk9_17_1 17

in dem Sinne minimal, als keine Vorlage mit weniger als 17 besetzten Zellen bekannt ist mit eindeutiger Vervollständigung. Anders, als man erwarten könnte, erfordert die Vervollständigung dieser Vorlage nicht etwa besonders raffinierte Methoden. Mit der Auswertung einiger verdeckter Paare kommt man durch.

Es ist auch eine Sudokuvorlage mit 16 besetzten Stellen bekannt, welche bloss 2 Vervollständigungen hat.



Home Page

Title Page

Contents

« »

◀ ▶

Page 14 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

4. Erzwungene Ergänzung

Die sieben Zwänge

In ihrem Artikel *A 9×9 sudoku solver and generator* stellen die Autoren 7 Arten vor, Sudoku-Vorlagen „zwangsweise“ zu ergänzen (constraint propagation). Jeder der 7 Zwänge kann durch eine Elimination von Kandidaten dazu führen, dass in gewissen Zellen nur ein einziger Kandidat übrigbleibt, wodurch die Ergänzung eindeutig wird.

<http://www.research.att.com/~gsf/sudoku/sudoku.html>



Home Page

Title Page

Contents



Page 15 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Erzwungene Ergänzung

Die 7 Zwänge sind:

- F** Forced cell: only one value possible.
- N** Only cell: only one value in row/col/box.
- B** Box claim: only value in row/col within a box.
- T** Tuple: n exact or hidden n -tuples in row/col/box.
- X** Singleton cycle: one or more weak edges (x-wing/swordfish).
Requires B.
- Y** Pair cycle: one optional non-pair vertex (xy-wing/coloring).
- W** Row/col claim: classic n -row/col x-wing/swordfish.

Bemerkungen

- Die Zwänge **F** und **N** sind dabei nichts anderes als der Fall **T** für $n = 1$ („Einzelgänger“).
- Die Fälle **X** und **Y** setzen das Auffinden von bestimmten Zyklen (geschlossenen „Kantenzügen“) voraus.



Zwänge – Verdecktes Paar in Block

Home Page

Title Page

Contents



Page 16 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

¹ 4 5 8	7	9	⁵ 6 8	⁵ 6 8	⁴ 5 8	2	¹ 6	3	
⁴ 5 8	⁴ 6	3	2	⁷ 8 9	1	⁸ 9	⁷ 6	⁴ 6 7 8 9	
² 4 8	¹ 4 6	² 8	⁷ 8 9	3	⁴ 8	¹ 8 9	5	⁴ 6 7 8 9	
6	² 8	4	⁵ 8 9	² 5 8 9	7	⁵ 9	3	1	
7	² 8	1	⁵ 8 9	² 5 8 9	3	6	4	⁵ 9	
3	9	5	4	1	6	7	8	2	
9	5	² 7 8	¹ 7 8	⁶ 8	4	² 8	3	¹ 2 7 6 7 8	
² 4 8	¹ 4	² 7 8	3	⁵ 6 7 8	9	¹ 5 8	² 7 6	⁵ 6 7 8	
¹ 2 8	3	6	¹ 7 8	⁵ 7 8	⁵ 7 8	² 5 8	4	9	⁵ 7 8



Zwänge – Verdecktes Paar in Block

Home Page

Title Page

Contents



Page 17 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

¹ 4 5 8	7	9	⁵ 6 8	⁵ 6 8	⁴ 5 8	2	¹ 6	3
⁴ 5 8	⁴ 6	3	2	⁵ ⁶ 7 8 9	1	⁸ 9	⁷ 6	⁴ ⁶ 7 8 9
² 4 8	¹ 4 6	² 8	⁶ 7 8 9	3	⁴ 8	¹ 8 9	5	⁴ ⁶ 7 8 9
6	² 8	4	⁵ 8 9	² 5 8 9	7	⁵ 9	3	1
7	² 8	1	⁵ 8 9	² 5 8 9	3	6	4	⁵ 9
3	9	5	4	1	6	7	8	2
9	5	² 7 8	¹ 6 7 8	4	² 8	3	¹ 2 7 6	⁶ 7 8
² 4 8	¹ 4	² 7 8	3	⁵ 6 7 8	9	¹ 5 8	² 7 6	⁵ 6 7 8
¹ 2 8	3	6	¹ 7 5 8	⁵ 7 8	² 5 8	4	9	⁵ 7 8



Zwänge – Offenes Tripel in Zeile

Home Page

Title Page

Contents



Page 18 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

¹ 4 8	7	9	^{5 6} 8	^{5 6} 8	^{4 5} 8	2	¹ 6	3
5	^{4 6}	3	2	^{7 9}	1	^{8 9}	⁶ 7	^{4 6} 8 9
² 4 8	¹ 4 6	² 8	^{7 9}	3	⁴ 8	¹ 9	5	^{4 6} 7 9
6	² 8	4	^{5 9} 8 9	² 5 8 9	7	⁵ 9	3	1
7	² 8	1	^{5 9} 8 9	² 5 8 9	3	6	4	⁵ 9
3	9	5	4	1	6	7	8	2
9	5	² 7 8	¹ 7 8	⁶ 4	² 8	3	^{1 2} 7 6	⁶ 7 8
² 4 8	¹ 4	² 7 8	3	^{5 6} 7 8	9	¹ 5 8	² 7 6	^{5 6} 7 8
^{1 2} 8	3	6	¹ 7 5 8	⁵ 7 8	² 5 8	4	9	⁵ 7 8



Zwänge – Offenes Tripel in Zeile

Home Page

Title Page

Contents



Page 19 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

¹ ₄ 8	7	9	^{5 6} 8	^{5 6} 8	^{4 5} 8	2	¹ 6	3
5	^{4 6}	3	2	^{7 9}	1	^{8 9}	⁶ 7	^{4 6} 8 9
² 4 8	¹ 4 6	² 8	^{7 9}	3	⁴ 8	¹ 9	5	⁴ 7 6 9
6	² 8	4	^{5 9} 8 9	² 5 8 9	7	⁵ 9	3	1
7	² 8	1	^{5 9} 8 9	² 5 8 9	3	6	4	⁵ 9
3	9	5	4	1	6	7	8	2
9	5	² 7 8	¹ 7 8 6	4	² 8	3	^{1 2} 7 6 7 8	⁶
² 4 8	¹ 4	² 7 8	3	^{5 6} 7 8	9	¹ 5 8	² 7 6	^{5 6} 7 8
^{1 2} 8	3	6	¹ 7 5 8	⁵ 7 8	² 5 8	4	9	⁵ 7 8

sdk9_diabolique48_022

121

39



Zwänge – Offenes Quadrupel in Spalte

Home Page

Title Page

Contents



Page 20 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	5	7	^{2 3} 6	^{2 3} 6	9	8	^{2 3}	4	
6	9	3	8	4	^{1 2}	^{1 2}	5	7	
8	4	2	^{1 3} 7	^{1 3} 7	5	¹ 9	³ ⁹	6	
^{4 5} 9	¹ 7	^{4 5 6} 9	^{1 2} 4	⁶	8	^{1 2}	3	² 7	² 9
⁴ 9	¹ 7	^{4 6} 9	5	^{1 2} 6	⁹	3	^{4 2} 9	^{2 6} 7 8 9	² 8 9
2	3	8	^{4 6}	^{6 9}	7	^{4 6} 9	1	5	
⁴ 7	⁹	8	1	^{2 3} 7	^{2 3} 7	6	5	^{4 2} 9	^{2 3} 9
^{7 5} 9	2	^{5 9}	^{1 3} 7	^{1 3} 7	^{5 3} 7	4	^{6 9}	^{6 8 9}	^{1 3} 8 9
3	6	^{4 5}	9	^{1 2} 5	8	7	^{4 2} 4	^{1 2}	



Zwänge – Offenes Quadrupel in Spalte

Home Page

Title Page

Contents



Page 21 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	5	7	^{2 3} 6	^{2 3} 6	9	8	^{2 3}	4		
6	9	3	8	4	^{1 2}	^{1 2}	5	7		
8	4	2	^{1 3} 7	^{1 3} 7	5	¹ 9	³ ⁹	6		
^{4 5} 9	¹ 7	^{4 5 6} 9	^{1 2} 4	⁶	8	^{1 2}	3	² 7	² 9	
⁴ 9	¹ 7	^{4 6} 9	5	^{1 2} 6	⁶ 9	3	^{4 2} 9	² 7	² 8	² 9
2	3	8	^{4 6}	⁶ 9	7	^{4 6} 9	1	5		
⁴ 7	⁹	8	1	^{2 3} 7	^{2 3} 7	6	5	⁴ 7	^{2 3} 9	
^{7 5} 9	2	⁵ 9	^{1 3} 7	^{1 3} 7	⁵ 7	4	⁶ 9	^{1 3} 8	³ 9	
3	6	^{4 5}	9	^{1 2} 5	8	7	⁴ 7	² 1	² 2	



Zwänge – Schwertfisch (3)

Home Page

Title Page

Contents



Page 22 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

8 ¹	⁹	4	6	5	3 ¹	3 ¹	7	2
¹	5	7	2	³	8	¹	3 ³	¹
6	2	3	7	4	1	5	9	8
2	¹	³	8	4	¹	³	6	9
³	6	5	8	7	³	¹	2	¹
4	7	¹	5	¹	2	8	6	3
¹	³	4	¹	9	2	⁵	³	8
³	³	⁶	1	8	⁴	⁵	2	³
5	8	2	3	6	⁴	⁴	1	9

sdk9_ssp148_030

66

52



Zwänge – Schwertfisch (3)

Home Page

Title Page

Contents



Page 23 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

8 ¹	⁹	4	6	5	³	¹	³	7	2
¹	⁹	5	7	2	³	8	¹	³	³
6	2	3	7	4	1	5	9	8	6
2	¹	³	8	4	¹	³	6	9	5
³	6	5	8	7	³	¹	2	¹	
⁹	⁹	7	¹	5	¹	2	8	6	3
4	7	¹	⁹	5	⁹	2	8	6	3
¹	³	4	¹	9	2	⁵	³	8	5
7	³	³	⁶	1	8	⁴	⁵	2	³
7	⁹	⁹	⁹	1	8	⁴	⁵	2	⁴
5	8	2	3	6	⁴	⁴	1	9	6
					⁷	⁷			

sdk9_ssp148_030

66

52



Zwänge – Block-Wechselwirkung

Home Page

Title Page

Contents



Page 24 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

	1 8 9	6 7 8 9	4 2	1 2 3 8 9	5 2	2 3 7 9	2 3 8 9	3 8 9
4	7 8 9	3	2 7 9	2 8 9	2 7 9	1	5	8 9
5	2	1 8 9	1 7 9	1 3 8 9	1 3 7 9	3 4 7 9	6	3 4 8 9
1	4 8 9	3 8 9	5	7	4 9	6	4 9	2
6	4 9	3 9	5	1 2 9	1 2 3 4 9	1 2 3 4 9	8	1 3 4 9
7	4 9	3 9	2	8	6	1 3 4 9	3 1 3 4 9	5
2 3 8 9	6	1 8 9	1 2 9	5	1 2 4 9	2 3 4 9	7	1 3 4 8 9
2 3 8 9	1 3 8 9	4	1 2 7 9	1 2 6 9	1 2 7 9	5	① 2 3 8 9	1 3 8 9
2 9	5	7	3	1 2 4 9	8	2 4 9	① 2 4 9	6

sdk9_nzz_130806_dE5

34



5. Boolesche Kandidatenliste

Home Page

Title Page

Contents



Page 25 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

	1						9
		3			8		
					6		
				1	2	4	
7		3					
5							
8			6				
			4				2
			7				5

sdk9_17_1 17

			1		1	1	
		1	1		1	1	
					1	1	1
		1			1	1	1
	1			1	1	1	1
1	1	1		1	1		1
1	1			1	1		1

klb_sdk9_17_1 30



Zwänge – Offenes Tripel

Home Page

Title Page

Contents



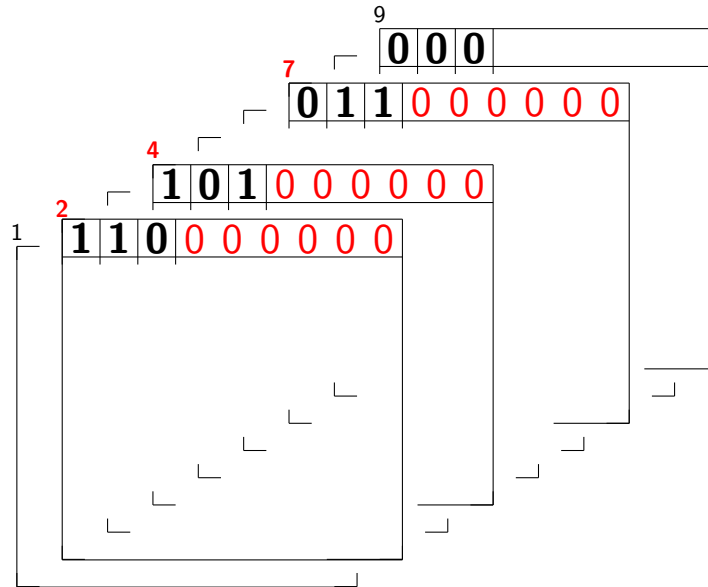
Page 26 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit



$$\text{AnzahlKandidaten} \leftarrow +/[1]KLB[2 \ 4 \ 7;;]$$

$$BM \leftarrow (\text{AnzahlKandidaten} > 0) \wedge \text{AnzahlKandidaten} = +/[1]KLB$$

$$zz \leftarrow (3 = +/BM) / \setminus \text{seite}$$

$$KLB \leftarrow [2 \ 4 \ 7; zz;] \leftarrow KLB[2 \ 4 \ 7; zz;] \times (3, \rho BM[zz;]) \rho BM[zz;]$$



Zwänge – Häufigkeit der Zwangsmethoden

Es wurden 119 ziemlich wahllos zusammengestellte Sudokuvorlagen mit den Zwangsmethoden *FNBTW* gelöst (soweit diese Methoden ausreichen).

Offene Einzelgänger (erzwungene Zellen)	4746	64.8 %
Verdeckte Einzelgänger	2244	30.7 %
Offene Paare	93	1.3 %
Verdeckte Paare	73	1.0 %
Schwertfisch 2 (X-Swing)	81	1.1 %
Block-zu-Block-Wechselwirkung (Box Claim)	69	0.9 %
Offene Tripel	7	0.1 %
Verdeckte Tripel	0	0.0 %
Schwertfisch 3	5	0.1 %
Offene Quadrupel	1	0.0 %
Verdeckte Quadrupel	0	0.0 %
Offene oder verdeckte Quintupel	0	0.0 %
Total	7319	100.0 %

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

◀ ▶

◀ ▶

Page 27 of 34

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Zwänge – Erfolg der Zwangsmethoden

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 28 of 34

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

Die 119 Sudokuvorlagen, geordnet nach Schwierigkeitsgraden:

Sehr einfach (nur Ziffern eindeutig zu Blöcken)	14	12 %
Einfach (nur Einzelgänger)	28	24 %
Paare nötig	19	15 %
Tripel nötig	16	13 %
Auch Quadrupel und Quintupel helfen nichts	42	35 %
<hr/> Total	119	100.0 %



6. Zwang und Rekursion

Zwei 25×25 -Sudokus

Home Page

Title Page

Contents



Page 29 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Programm	Bsp. 1	Bsp. 2
SUDOKUstackEineL_zwE1	1.343 Sekunden	> 900 Sekunden
SUDOKUstackEineL_zwE2	1.344 Sekunden	20.375 Sekunden
SUDOKUstackEineL_zwE3	1.344 Sekunden	26.234 Sekunden
SUDOKUstackEineL_zwE4	1.343 Sekunden	92.782 Sekunden
SUDOKUstackEineL_zwE5	1.344 Sekunden	?

7. X- und Y-Zyklen

X-Zyklus vom Typ 2 auf dem Kandidaten 7

1	² _{5 6}	3	4	^{5 6} ₉	⁶ ₉	7	8	² ₉
4	² _{5 6}	² ₆	^{5 6} _{7 9}	8	⁶ _{7 9}	1	² ₉	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
² _{6 9}	1	4	3	^{5 6} _{7 9}	² _{6 9}	8	⁷ _{9 7}	⁵ ₉
⁶ ₉	7	5	⁶ ₉	1	8	2	3	4
² ₉	3	8	⁵ _{7 9}	4	² _{7 9}	6	1	⁵ _{7 9}
3	² ₉	1	8	⁷ ₉	4	5	6	² ₇
5	4	² ₆	⁶ ₇	3	1	9	² ₇	8
8	⁶ ₉	7	2	⁶ ₉	5	3	4	1



Home Page

Title Page

Contents



Page 30 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit



X-Zyklus vom Typ 2 auf dem Kandidaten 7

1	² _{5 6}	3	4	^{5 6} ₉	⁶ ₉	7	8	² ₉
4	² _{5 6}	² ₆	^{5 6} _{7 9}	8	⁶ _{7 9}	1	² ₉	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
² _{6 9}	1	4	3	^{5 6} _{7 9}	² _{6 9}	8	⁷ ₉	⁵ _{7 9}
⁶ ₉	7	5	⁶ ₉	1	8	2	3	4
² ₉	3	8	⁵ _{7 9}	4	² _{7 9}	6	1	⁵ _{7 9}
3	² ₉	1	8	⁷ ₉	4	5	6	² ₇
5	4	² ₆	⁶ ₇	3	1	9	² ₇	8
8	⁶ ₉	7	2	⁶ ₉	5	3	4	1

Home Page

Title Page

Contents



Page 31 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit



Y-Zyklus

Home Page

Title Page

Contents



Page 32 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	2	3	4 5	4 5 8	6	7	4 5 8	9
4	5	6	1 7	9	2	3	1 8	1
7	8	9	1 3 4 5	3 4 5	2	1 4 5	6	1 4 5
2 8	1	4 5	2 3 4 5 6	2 3 4 5 6 8	7	4 5 6 8	9	2 3 4 5 6 8
2 8	6	7	9	2 3 4 5 6 8	3 4 8	4 5 8	1	2 3 4 5 6 8
9	3	4 5	2 4 5 6	1	4 8	4 5 6 8	7	4 5 6 8
3	4	1	2 7 6	2 7 6	5	9	2 8	7 8
5	7	8	1 2 3 4	9	1 3 4	1 4 4	2 4	6
6	9	2	8	4 7	1 4	3	4 5	1 4 5 7



Y-Zyklus

Home Page

Title Page

Contents



Page 33 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit

1	2	3	4 5	4 5 8	6	7	4 5 8	9
4	5	6	1 7	9	9	2	3	1 8
7	8	9	1 3 4 5	3 4 5	2	1 4 5	6	1 4 5
2 8	1	4 5	2 3 4 5 6	2 3 4 5 6 8	7	4 5 6 8	9	2 3 4 5 6 8
2 8	6	7	9	2 3 4 5 6 8	3 4 8	4 5 8	1	2 3 4 5 6 8
9	3	4 5	2 4 5 6	1	4 8	4 5 6 8	7	4 5 6 8
3	4	1	2 6 7	2 6	5	9	2 8	7 8
5	7	8	1 2 3 4	9	1 3 4	1 4	2 4	6
6	9	2	8	4 7	1 4	3	4 5	1 4 5 7



Home Page

Title Page

Contents



Page 34 of 34

Go Back

Full Screen

Close

Quit