Nichtmathematiker über die Mathematik

osurs@bluewin.ch Urs Oswald http://www.ursoswald.ch

30. Mai 2003

Inhaltsverzeichnis

1 Jacob Burckhardt, Weltgeschichtliche Betrachtungen

...

Ob das Studium der Mathematik und Naturwissenschaften ihrerseits alle geschichtliche Betrachtung schlechterdings ausschliesse, fragen wir dabei nicht. Jedenfalls sollte sich die Geschichte des Geistes nicht von diesen Fächern ausschliessen lassen.

Eine der riesigsten Tatsachen dieser Geschichte des Geistes war die Entwicklung der Mathematik.

2 Karl von Clausewitz: Vom Kriege

I. Buch, 1. Kapitel: Was ist der Krieg?

Wir sehen also, wie von Hause aus das Absolute, das sogenannte Mathematische, in den Berechnungen der Kriegskunst nirgends einen festen Grund findet, und dass gleich von vornherein ein Spiel von Möglichkeiten, Wahrscheinlichkeiten, Glück und Unglück hineinkommt, welches in allen grossen und kleinen Fäden seines Gewebes fortläuft und von allen Zweigen des menschlichen Tuns den Krieg dem Kartenspiel am nächsten stellt.

I. Buch, 3. Kapitel: Der kriegerische Genius

Da hier die Mannigfaltigkeit und die unbestimmte Grenze aller Beziehungen eine grosse Menge von Grössen in die Betrachtung bringen, da die meisten dieser Grössen nur nach Wahrscheinlichkeitsgesetzen geschätzt werden können, so würde, wenn der Handelnde dies alles nicht mit dem Blick eines die Wahrheit überall ahnenden Geistes träfe, eine Verwickelung von Betrachtungen und Rücksichten entstehen, aus denen sich das Urteil gar nicht mehr herausfinden könnte. In diesem Sinne hat Bonaparte ganz richtig gesagt, dass viele dem Feldherrn vorliegende Entscheidungen eine Aufgabe mathematischer Kalkuls bilden würden, der Kräfte eines Newton und Euler nicht unwürdig.

I. Buch, 7. Kapitel: Friktion im Kriege

Solange man selbst den Krieg nicht kennt, begreift man nicht, wo die Schwierigkeiten der Sache liegen, von denen immer die Rede ist, und was eigentlich das Genie und die ausserordentlichen Geisteskräfte zu tun haben, die vom Feldherrn gefordert werden. Alles erscheint so einfach, alle erforderlichen Kenntnisse erscheinen so flach, alle Kombinationen so unbedeutend, dass im Vergleich damit uns die einfachste Aufgabe der höheren Mathematik mit einer gewissen wissenschaftlichen Würde imponiert. Wenn man aber den Krieg gesehen hat, wird alles begreiflich, und doch ist es äusserst schwer, dasjenige zu beschreiben, was diese Veränderung hervorbringt, diesen unsichtbaren und überall wirksamen Faktor zu nennen.

Es ist alles im Kriege sehr einfach, aber das Einfachste ist schwierig. Diese Schwierigkeiten häufen sich und bringen eine Friktion hervor, die sich niemand richtig vorstellt, der den Krieg nicht gesehen hat.

II. Buch, 2. Kapitel: Ueber die Theorie des Krieges

Das einer hochgestellten kriegerischen Tätigkeit nötige Wissen zeichnet sich also dadurch aus, dass es in der Betrachtung, also im Studium und Nachdenken, nur durch ein eigentümliches Talent erworben werden kann, das, wie die Biene den Honig aus der Blume, als ein geistiger Instinkt aus den Erscheinungen des Lebens nur den Geist zu ziehen versteht, und dass es neben Betrachtungen und Studium auch durch das Leben zu erwerben ist. Das Leben mit seiner reichen Belehrung wird niemals einen Newton oder Euler hervorbringen, wohl aber den höheren Kalkul eines Condé oder Friedrich.

II. Buch, 3. Kapitel: Kriegskunst oder Kriegswissenschaft

Das Können kann eigentlich in keinem Buche stehen, und so sollte Kunst auch nie der Titel eines Buches sein. Weil man sich aber einmal gewöhnt hat, die zur Uebung einer Kunst erforderlichen Kenntnisse (die einzeln völlige Wissenschaften sein können) unter dem Namen Kunsttheorie oder schlechtweg Kunst zusammenzufassen, so ist es konsequent, diesen Einteilungsgrund durchzuführen und alles Kunst zu nennen, wo ein hervorbringendes Können der Zweck ist, z. B. Baukunst; Wissenschaft, wo blosses Wissen der Zweck ist, z. B. Mathematik, Astronomie. Dass in jeder Kunsttheorie einzelne vollkommene Wissenschaften vorkommen können, versteht sich also von selbst und darf uns nicht irre machen. Bemerkenswert ist aber noch, dass es auch kein Wissen ganz ohne Kunst gibt; in der Mathematik z. B. ist das Rechnen und der Gebrauch der Algebra eine Kunst, aber hier ist noch lange die Grenze nicht. Die Ursache ist: so grob und fühlbar der Unterschied zwischen Wissen und Können in den zusammengesetzten Produkten der menschlichen Erkenntnisse auch ist, so schwer sind beide in dem Menschen selbst bis zu einer völligen Teilung zu verfolgen.

III. Buch, 1. Kapitel: Strategie

Immer lächerlicher wird es, wenn man sich noch hinzudenkt, dass eben diese Kritik nach der gemeinsten Meinung alle moralischen Grössen von der Theorie ausschliesst und es nur mit dem Materiellen zu tun haben will, so dass alles auf ein paar mathematische Verhältnisse von Gleichgewicht und Ueberlegenheit, von Zeit und Raum und auf ein paar Winkel und Linien beschränkt wird. Wäre es nichts als das, so würde sich ja aus solcher Misere kaum eine wissenschaftliche Aufgabe für einen Schulknaben bilden lassen.

III. Buch, 7. Kapitel: Beharrlichkeit

Von Winkeln und Linien erwartet der Leser zu hören und findet statt dieser Bürger der wissenschaftlichen Welt nur Leute aus dem gemeinen Leben, denen er alle Tage auf der Strasse begegnet. Und doch kann der Verfasser sich nicht entschliessen, ein Haarbreit mathematischer zu werden, als ihm sein Gegenstand zu sein scheint, und er scheut nicht die Befremdung, welche ihm sein Leser zeigen könnte.

3 C. G. Jung: Erinnerungen

Die Schule ödete mich an. Sie nahm mir zu viel Zeit, die ich lieber mit Schlachtenzeichnen und Feuerspielen ausgefüllt hätte. Die Religionsstunden waren unaussprechlich langweilig, und vor der Mathematikstunde empfand ich positive Angst. Der Lehrer gab sich den Anschein, dass Algebra ganz selbstverständlich sei, während ich noch nicht einmal wusste, was Zahlen an und für sich sind. Sie waren keine Blumen, keine Tiere, keine Versteinerung, nichts, was man sich vorstellen konnte, bloss Anzahlen, die sich durch Zählen ergaben. Die Anzahlen wurden zu meiner Verwirrung durch Buchstaben, die Laute bedeuteten, ersetzt, so dass man sie sozusagen hören konnte. Merkwürdigerweise konnten meine Kameraden damit umgehen und fanden das selbstverständlich. Niemand konnte mir sagen, was Zahlen sind, und ich konnte die Frage nicht formulieren. Zu meinem Schrecken empfang ich, dass es auch niemanden gab, der meine Schwierigkeit verstand. Der Lehrer gab sich zwar, wie ich anerkennen muss, alle Mühe, um mir den Zweck dieser merkwürdigen Operation, verständliche Anzahlen in Laute umzusetzen, zu erklären. Ich verstand schliesslich, dass damit eine Art Abkürzungssystem bezweckt war, mit dessen Hilfe viele Anzahlen in einer abgekürzten Formel dargestellt werden konnten.

Das interessierte mich aber ganz und gar nicht. Ich dachte mir, es sei doch ganz willkürlich, Zahlen durch Laute auszudrücken, man könnte auch ebensogut a als Apfelbaum, b als Birnbaum und x als Fragezeichen ausdrücken. a, b, c, y und x waren unanschaulich und erklärten mir nichts vom Wesen der Zahl, ebenso wenig wie der Apfelbaum. Am meisten empörte mich der Grundsatz: wenn $a = b$ und $b = c$, dann ist $a = c$, wo es doch per definitionem feststand, dass a etwas anderes bezeichnete als b und daher als etwas anderes nicht mit b gleichzusetzen war, geschweige denn mit c. Wenn es sich um eine Gleichsetzung handelt, dann heisst sie $a = a$, $b = b$ usw., während $a = b$ mir direkt als Lüge oder Betrug vorkam. Dieselbe Empörung empfand ich, wenn der Lehrer gegen seine eigene Definition der Parallelen behauptete, sie schnitten sich in der Unendlichkeit. Das erschien mir als eine alberne Bauernfängerei, die ich nicht mitmachen konnte und wollte. Meine intellektuelle Moral sträubte sich gegen diese spielerischen Inkonsequenzen, die mir den Zugang zum Verständnis der Mathematik versperrten. Ich habe bis in mein hohes Alter hinein unkorrigierbar das Gefühl, wenn ich damals wie meine Schulkameraden konfliktlos hätte annehmen können, dass $a = b$ sein könnte, resp. Sonne = Mond, Hund = Katze usw., die Mathematik mich endlos hineingelegt hätte; inwiefern, davon habe ich erst mit dreiundachtzig Jahren eine gewisse Ahnung bekommen. Mein ganzes Leben lang blieb es mir ein Rätsel, wieso es mir nie gelingen sollte, ein Verhältnis zur Mathematik zu finden, wo es mir doch ausser allem Zweifel stand, dass man gültig rechnen konnte. Am unverständlichsten aber erschien mir mein *moralischer* Zweifel an der Mathematik.

Ich konnte mir Gleichungen nur dadurch verständlich machen, dass ich jeweils für die Buchstaben bestimmte Zahlenwerte einsetzte und mir durch konkretes Nachrechnen den Sinn der Operation bestätigte. Ich konnte im weiteren Verlauf in Mathematik nur dadurch einigermassen bestehen, dass ich die mir inhaltlich unverständlichen algebraischen Formeln abzeichnete und mir einprägte, welche Buchstabenkombination an welcher Stelle der Wandtafel gestanden hatte. Mit dem Nachrechnen kam ich nicht mehr aus, denn von Zeit zu Zeit kam es vor, dass der Lehrer sagte: „Hier setzen wir nun den ‚Ausdruck' ein" und ein paar Buchstaben an die Wandtafel malte. Ich wusste nicht woher und wozu — offenbar um ein ihn befriedigendes Ende der Prozedur zu ermöglichen. Ich war von der Tatsache meines Nichtverstehenkönnens dermassen eingeschüchtert, dass ich schon gar nicht zu fragen wagte.

4 Immanuel Kant

4.1 Kritik der reinen Vernunft

Vorrede zur zweiten Auflage

Die *Mathematik* ist von den frühesten Zeiten her, wohin die Geschichte der menschlichen Vernunft reicht, in dem bewundernswürdigen Volke der Griechen den sicheren Weg einer Wissenschaft gegangen. Allein man darf nicht denken, dass es ihr so leicht geworden, wie der Logik, wo die Vernunft es nur mit sich selbst zu tun hat; jenen königlichen Weg zu treffen, oder vielmehr sich selbst zu bahnen; vielmehr glaube ich, dass es lange mit ihr (vornehmlich noch unter den Ägyptern) beim Herumtappen geblieben ist, und diese Umänderung einer *Revolution* zuzuschreiben sei, die der glückliche Einfall eines Mannes in einem Versuche zustande brachte, von welchem an die Bahn, die man nehmen musste, nicht mehr zu verfehlen war, und der sichere Gang einer Wissenschaft für alle Zeiten und in unendliche Weiten eingeschlagen und vorgezeichnet war. Die Geschichte dieser Revolution der

Denkart, welche viel wichtiger war, als die Entdeckung des Weges um das berühmte Vorgebirge, und des Glücklichen, der sie zustande brachte, ist uns nicht aufbehalten. Doch beweist die Sage, welche *Diogenes der Laertier* uns überliefert, der von den kleinsten, und, nach dem gemeinen Urteil, gar nicht einmal eines Beweises benötigten, Elementen der geometrischen Demonstrationen den angeblichen Erfinder nennt, dass das Andenken der Veränderung, die durch die erste Spur der Entdeckung dieses neuen Weges bewirkt wurde, den Mathematikern äusserst wichtig geschienen haben müsse, und dadurch unvergesslich geworden sei. Dem ersten, der den *gleichseitigen Triangel* demonstrierte, (er mag nun *Thales* oder wie man will geheissen haben), dem ging ein Licht auf; denn er fand, dass er nicht dem, was er in der Figur sah, oder auch dem blossen Begriffe derselben nachspüren und gleichsam davon ihre Eigenschaften ablernen, sondern durch das, was er nach Begriffen selbst a priori hineindachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse, und dass er, um sicher etwas a priori zu wissen, er der Sache nichts beilegen müsse, als was aus dem notwendig folgte, was er seinem Begriffe gemäss selbst in sie gelegt hat.

Elementarlehre I. Teil, II. Abschnitt: Von der Zeit

Da die Sätze der Geometrie synthetisch a priori und mit apodiktischer Gewissheit erkannt werden, so frage ich: woher nehmt ihr dergleichen Sätze, und worauf stützt sich unser Verstand, um zu dergleichen schlechthin notwendigen und allgemeingültigen Wahrheiten zu gelangen?

Elementarlehre II. Teil I. Abt. I. Buch II. Hauptst. I. Abschn.

Gleichwohl geht die Geometrie ihren sicheren Schritt durch lauter Erkenntnisse a priori, ohne dass sie sich, wegen der reinen und gesetzmässigen Abkunft ihres Grundbegriffs vom Raume, von der Philosophie einen Beglaubigungsschein erbitten darf.

Elementarlehre II. Teil II. Abt. II. Buch II. Hauptst. III. Abschn.

Selbst die eigentliche Würde der Mathematik (dieses Stolzes der menschlichen Vernunft) beruht darauf, dass, da sie der Vernunft die Leitung gibt, die Natur im Grossen sowohl als im Kleinen in ihrer Ordnung und Regelmässigkeit, imgleichen in der bewunderungswürdigen Einheit der sie bewegenden Kräfte, weit über alle Erwartungen der auf gemeine Erfahrung bauenden Philosophie einzusehen, sie dadurch selbst zu dem über alle Erfahrung erweiterten Gebrauch der Vernunft, Anlass und Aufmunterung ergibt, imgleichen die damit beschäftigte Weltweisheit mit den vortrefflichsten Materialien versorgt, ihre Nachforschung, soviel deren Beschaffenheit es erlaubt, durch angemessene Anschauungen zu unterstützen.

Elementarlehre II. Teil II. Abt. II. Buch II. Hauptst. III. Abschn.

Die Fragen: ob die Welt einen Anfang und irgendeine Grenze ihrer Ausdehnung im Raume habe, ob es irgendwo und vielleicht in meinem denkenden Selbst eine unteilbare und unzerstörliche Einheit, oder nichts als das Teilbare und Vergängliche gebe, ob ich in meinen Handlungen frei, oder, wie andere Wesen, an dem Faden der Natur und des Schicksals geleitet sei, ob es endlich eine oberste Weltursache gebe, oder die Naturdinge und deren Ordnung den letzten Gegenstand ausmachen, bei dem wir in allen useren Betrachtungen stehen bleiben müssen: das sind Fragen, um deren Auflösung der Mathematiker gerne seine ganze Wissenschaft dahingäbe; denn diese kann ihm doch in Ansehung der höchsten und angelegentsten Zwecke der Menschheit keine Befriedigung verschaffen.

Elementarlehre II. Teil II. Abt. II. Buch III. Hauptst. V. Abschn.

Alle Blendwerke im Schliessen entdecken sich am leichtesten, wenn man sie auf schulgerechte Art vor Augen stellt.

Methodenlehre III. Hauptstück

Alle Vernunfterkenntnis ist nun entweder die aus Begriffen, oder aus der Konstruktion der Begriffe; die erstere heisst philosophisch, die zweite mathematisch. Von dem inneren Unterschiede beider habe ich schon im ersten Hauptstücke gehandelt. Ein Erkenntnis demnach kann objektiv philosophisch sein, und ist doch subjektiv historisch, wie bei den meisten Lehrlingen, und bei allen, die über die Schule niemals hinaussehen und zeitlebens Lehrlinge bleiben. Es ist aber doch sonderbar, dass das mathematische Erkenntnis, so wie man es erlernt hat, doch auch subjektiv für Vernunfterkenntnis gelten kann, und ein solcher Unterschied bei ihr nicht so, wie bei dem philosophischen stattfindet. Die Ursache ist, weil die Erkenntnisquellen , aus denen der Lehrer allein schöpfen kann, nirgends anders als in den wesentlichen und echten Prinzipien der Vernunft liegen, und mithin von dem Lehrlinge nirgends anders hergenommen, noch etwa gestritten werden könne, und dieses zwar darum, weil der Gebrauch der Vernunft hier nur in concreto, obzwar dennoch a priori, nämlich an der reinen, und eben deswegen fehlerfreien, Anschauung geschieht, und alle Täuschung und Irrtum ausschliesst. Man kann also unter allen Vernunftwissenschaften (a priori) nur allein Mathematik, niemals aber Philosophie (es sei denn historisch), sondern, was die Vernunft betrifft, höchstens nur *philosophieren* lernen.

4.2 Prolegomena

§38

...so zeigt sich ein über die ganze materielle Natur verbreitetes physisches Gesetz der wechselseitigen Attraktion, deren Regel ist, dass sie umgekehrt mit dem Quadrat der Entfernungen von jedem anziehenden Punkt ebenso abnehmen, wie die Kugelflächen, in die sich diese Kraft verbreitet, zunehmen, welches als notwendig in der Natur der Dinge selbst zu liegen scheint und daher auch als *a priori* vorgetragen zu werden pflegt.

So einfach nun auch die Quellen dieses Gesetzes sind (...) so ist doch die Folge davon so vortrefflich in Ansehung der Mannigfaltigkeit ihrer Zusammenstimmung und Regelmässigkeit derselben, dass nicht allein alle möglichen Bahnen der Himmelskörper in Kegelschnitten, sondern auch ein solches Verhältnis derselben untereinander erfolgt, dass kein ander Gesetz der Attraktion als das des umgekehrten Quadratverhältnisses der Entfernung zu einem Weltsystem als schicklich erdacht werden kann.

5 Georg Christoph Lichtenberg

Die Mathematik ist eine gar herrliche Wissenschaft, aber die Mathematiker taugen oft den Henker nicht. Es ist fast mit der Mathematik wie mit der Theologie. So wie die der letzteren Beflissenen, zumal wenn sie in Ämtern stehen, Anspruch auf einen besonderen Kredit von Heiligkeit und eine nähere Verwandtschaft mit Gott machen, obgleich sehr viele darunter wahre Taugenichtse sind, so verlangt sehr oft der sogenannte Mathematiker für einen tiefen Denker gehalten zu werden, ob es gleich darunter die grössten Plunderköpfe gibt, die man nur finden kann, untauglich zu irgend einem Geschäft, das Nachdenken erfordert, wenn es nicht unmittelbar durch jene leichte Verbindung von Zeichen geschehen kann, die mehr das Werk der Routine als des Denkens sind.

6 Thomas Mann: Dr. Faustus

Es nimmt die Mathese, als angewandte Logik, die sich dennoch im rein und hoch Abstrakten hält, eine eigentümliche Mittelstellung zwischen den humanistischen und den realistischen Wissenschaften ein, und aus den Erläuterungen, die Adrian mir gesprächsweise von dem Vergnügen gab, das sie ihm bereitete, ging hervor, dass er diese Zwischenstellung zugleich als erhöht, dominierend, universell empfand, oder, wie er sich ausdrückte, als „Das Wahre". (...) „Du bist ein Bärenhäuter", sagte er damals zu mir, „das nicht zu mögen. Ordnungsbeziehungen anzuschauen ist doch schliesslich das beste. Die Ordnung ist alles. Römer dreizehn: ‚Was von Gott ist, das ist geordnet.‘“

7 Robert Musil

7.1 Der Mann ohne Eigenschaften

Kapitel 1

Man braucht wirklich nicht viel darüber zu reden, es ist den meisten Menschen heute ohnehin klar, dass die Mathematik wie ein Dämon in alle Anwendungen unseres Lebens gefahren ist. Vielleicht glauben nicht alle diese Menschen an die Geschichte vom Teufel, dem man seine Seele verkaufen kann; aber alle Leute, die von der Seele etwas verstehen müssen, weil sie als Geistliche, Historiker und Künstler gute Einkünfte daraus beziehen, bezeugen es, dass sie von der Mathematik ruiniert worden sei und dass die Mathematik die Quelle eines bösen Verstandes bilde, der den Menschen zwar zum Herren der Erde, aber zum Sklaven der Maschine mache. Die innere Dürre, die ungeheuerliche Mischung von Schärfe im Einzelnen und Gleichgültigkeit im Ganzen, das ungeheure Verlassensein des Menschen in einer Wüste von Einzelheiten, seine Unruhe, Bosheit, Herzensgleichgültigkeit ohnegleichen, Geldsucht, Kälte und Gewalttätigkeit, wie sie unsere Zeit kennzeichnen, sollen nach diesen Berichten einzig und allein die Folge der Verluste sein, die ein logisch scharfes Denken der Seele zufügt! Und so hat es auch schon damals, als Ulrich Mathematiker wurde, Leute gegeben, die den Zusammenbruch der europäischen Kultur voraussagten, weil kein Glaube, keine Liebe, keine Einfalt, keine Güte mehr im Menschen wohne, und bezeichnenderweise sind sie alle in ihrer Jugend- und Schulzeit schlechte Mathematiker gewesen. Damit war später für sie bewiesen, dass die Mathematik, Mutter der exakten Naturwissenschaft, Grossmutter der Technik, auch Erzmutter jenes Geistes ist, aus dem schliesslich Giftgase und Kampfflieger aufgestiegen sind.

Kapitel 11

Wenn man statt wissenschaftlicher Anschauung Lebensanschauung setzen würde, statt Hypothese Versuch und statt Wahrheit Tat, so gäbe es kein Lebenswerk eines ansehnlichen Naturforschers oder Mathematikers, das an Mut und Umsturzkraft nicht die grössten Taten der Geschichte weit übertreffen würde.

Kapitel 28

In anderer Hinsicht wieder vollzieht sich die Lösung einer geistigen Aufgabe nicht viel anders, wie wenn ein Hund, der einen Stock im Maul trägt, durch eine schmale Tür will; er dreht dann den Kopf solange links und rechts, bis der Stock hindurchrutscht, und ganz ähnlich tun wir's, bloss mit dem

Unterschied, dass wir nicht ganz wahllos darauf los versuchen, sondern schon durch Erfahrung ungefähr wissen, wie man es zu machen hat. Und wenn ein kluger Kopf natürlich auch weit mehr Geschick und Erfahrungen in den Drehungen hat als ein dummer, so kommt das Durchrutschen doch auch für ihn überraschend, es ist mit einemmal da, und man kann ganz deutlich ein leicht verdutztes Gefühl darüber in sich wahrnehmen, dass sich die Gedanken selbst gemacht haben, statt auf ihren Urheber zu warten. (...)

Je besser der Kopf, desto weniger ist dabei von ihm wahrzunehmen. Darum ist das Denken, solange es nicht fertig ist, eigentlich ein ganz jämmerlicher Zustand, ähnlich einer Kolik sämtlicher Gehirnwindungen, und wenn es fertig ist, hat es schon nicht mehr die Form des Gedankens, in der man es erlebt, sondern bereits die des Gedachten, und das ist dann leider eine unpersönliche, denn der Gedanke ist dann nach aussen gewandt und für die Mitteilung an die Welt hergerichtet.

7.2 Essays

Geist und Erfahrung, März 19218, S. 1043

Denn es besteht in — ich möchte das Wort geistig gebrauchen — sagen wir also in geistigen Kreisen, — ich meine aber die der Literatur, — ein günstiges Vorurteil über Verstösse gegen Mathematik, Logik und Genauigkeit; sie werden unter den Verbrechen wider den Geist gern zu den ehrenvollen politischen gezählt, wo der öffentliche Ankläger eigentlich in die Rolle des Angeklagten gerät.

Geist und Abendland, 8, S. 1055

(...) dass schliesslich der ganze Inhalt der Intuition darauf hinausläuft, dass man das Wichtigste nicht sagen und behandeln kann, dass man bis zum Extrem skeptisch in ratione ist (also gerade gegen das, was nichts andres hat als dass es wahr ist!), dagegen unerhört gläubig gegen alles, was einem gerade einfällt, dass man die Mathematik bezweifelt, aber an kunsthistorische Wahrheitsprothesen glaubt wie Kultur und Stil, dass man trotz Intuition beim Vergleichen und Kombinieren von Fakten das gleiche macht, was der Empirist macht, nur schlechter, nur mit Dunst statt der Kugel schiesst: das ist das klinische Bild des durch übermässigen, fortgesetzten Intuitionsgenuss erweichten Geistes, Schöngeistes unserer Zeit.

Literat und Literatur, Randbemerkungen dazu, 1931

Diese Unterscheidung in eindeutig und nicht eindeutig bezeichenbare Gegenstände steht nicht in Widerspruch dazu, dass das Gebiet des Mitteilbaren und der menschlichen Mitteilung vermutlich in stetigen Übergängen von der mathematischen Sprache bis zum beinahe völlig unverständlichen Affektausbruch des Geisteskranken reicht, sondern wird dadurch nur ergänzt.

Der mathematische Mensch, Essay, 1913

Man kann sagen, dass wir praktisch völlig von den — ihr selbst gleichgültiger gewordenen — Ergebnissen dieser Wissenschaft leben. Wir backen unser Brot, bauen unsere Häuser und treiben unsere Fuhrwerke durch sie. Mit Ausnahme der paar von Hand gefertigten Möbel, Kleider, Schuhe und der Kinder erhalten wir alles unter Einschaltung mathematischer Berechnungen. Dieses ganze Dasein, das um uns läuft, rennt, steht, ist nicht nur für seine Einsehbarkeit von der Mathematik abhängig, sondern ist effektiv durch sie entstanden, ruht in seiner so und so bestimmten Existenz auf ihr.

Es gibt heute keine zweite Möglichkeit so phantastischen Gefühls wie die des Mathematikers.

7.3 Die Verirrungen des Zöglings Törless

Gespräch zwischen Törless und Beineberg

„Du, hast du das vorhin ganz verstanden?“
„Was?“
„Die Geschichte mit den imaginären Zahlen?“
„Ja. Das ist doch gar nicht so schwer. Man muss nur festhalten, dass die Quadratwurzel aus negativ Eins die Rechnungseinheit ist.“
„Das ist es aber gerade. Die gibt es doch gar nicht. Jede Zahl, ob sie nun positiv ist oder negativ, gibt zum Quadrat erhoben etwas Positives. Es kann daher gar keine wirkliche Zahl geben, welche die Quadratwurzel von etwas Negativem wäre.“
„Ganz recht; aber warum sollte man nicht trotzdem versuchen, auch bei einer negativen Zahl die Operation des Quadratwurzelziehens anzuwenden? Natürlich kann dies dann keinen wirklichen Wert ergeben, und man nennt doch auch deswegen das Resultat nur ein imaginäres. Es ist so, wie wenn man sagen würde: hier sass sonst immer jemand, stellen wir ihm also auch heute einen Stuhl hin; und selbst, wenn er inzwischen gestorben wäre, so tun wir doch, als ob er käme.“
„Wie kann man aber, wenn man bestimmt, ganz mathematisch bestimmt weiss, dass es unmöglich ist?“
„So tut man eben trotzdem, als ob dem nicht so wäre. Es wird wohl irgendeinen Erfolg haben. Was ist es denn schliesslich anderes mit den irrationalen Zahl? Eine Division, die nie zu Ende kommt, ein Bruch, dessen Wert nie und nie und nie herauskommt, wenn du auch noch so lange rechnest? Und was kannst du dir darunter denken, dass sich parallele Linien im Unendlichen schneiden sollten? Ich glaube, wenn man allzu gewissenhaft wäre, so gäbe

es keine Mathematik.“
„Darin hast du recht. Wenn man es sich so vorstellt, ist es eigenartig genug. Aber das Merkwürdige ist ja gerade, dass man trotzdem mit solchen imaginären oder sonstwie unmöglichen Werten ganz wirklich rechnen kann und zum Schluss ein greifbares Resultat vorhanden ist! “
„Nun, die imaginären Zahlen müssen sich zu diesem Zwecke im Laufe der Rechnung gegenseitig aufheben.“
„Ja, ja; alles, was du sagst, weiss ich auch. Aber bleibt nicht trotzdem etwas ganz Sonderbares an der Sache haften? Wie soll ich das ausdrücken? Denk doch nur einmal so daran: In solch einer Rechnung sind am Anfang ganz solide Zahlen, die Meter oder Gewichte oder irgendetwas anderes Greifbares darstellen können und wenigstens wirkliche Zahlen sind. Am Ende der Rechnung stehen ebensolche. Aber diese beiden hängen miteinander durch etwas zusammen, das es gar nicht gibt. Ist das nicht wie eine Brücke, von der nur Anfangs- und Endpfeiler vorhanden sind und die man dennoch so sicher überschreitet, als ob sie ganz dastünde? Für mich hat so eine Rechnung etwas Schwindliges; als ob es ein Stück des Weges weiss Gott wohin ginge. Das eigentlich Unheimliche ist mir aber die Kraft, die in solch einer Rechnung steckt und einen so festhält, dass man doch wieder richtig landet.“

8 Novalis

Mathematik als Abbild der Natur:

- Ihre vollständige Anwendbarkeit ist ein notwendiges Postulat ihres Begriffs.
- Sie ist der vollgültigste Zeuge des Naturidealismus.
- Der innige Zusammenhang, die Sympathie des Weltalls, ist ihre Basis.
- Ihre Verhältnisse sind Weltverhältnisse.
- Wunder, als widernatürliche Facta, sind amathematisch — aber es gibt kein Wunder in diesem Sinne, und was man so nennt, ist gerade durch Mathematik begreiflich, denn der Mathematik ist nichts wunderbar.
- Jede Linie ist eine Weltaxe.
- Die Natur addiert, subtrahiert, multipliziert, potenziert etc. unaufhörlich.
- Jede Grösse lässt sich ohne Aufhören vermehren und vermindern. (Indikation der unermesslichen Progressionsfähigkeit des Menschen — der Sinne, der Kräfte etc.)

Über die wissenschaftliche Methode

- Die ganze Mathematik ist eigentlich eine *Gleichung*, im Grossen für die andern Wissenschaften.
- Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaften überhaupt.
- Alle Wissenschaften sollten daher Mathematik werden. Die bisherige Mathematik ist nur die erste und leichteste Äusserung oder Offenbarung des wahrhaft wissenschaftlichen Systems.

Über die Infinitesimalrechnung

- Wie man in der Arithmetik durch Beobachten des Potenzierens die Wurzel genau oder durch Näherung finden lernt, so lernt man auch hier durch Beobachtung der Differentiation die erzeugenden Grössen genau oder approximando aus den erzeugten finden.

  Man kann oft die Integrale teils aus mangelhaftem Gebrauch dieser Operationen, teils auch deswegen nicht finden, weil die Differenz nur eingebildet ist und kein wirkliches Integral hat.
- Der Infinitesimal-Kalkül geht von der Supposition aus, dass die Differenzen unendlich klein sind oder werden. Diese Voraussetzung verkürzt den Differentialkalkül überhaupt sehr ansehnlich.

9 Arthur Schopenhauer: Die Welt als Wille und Vorstellung

Erster Band, Erstes Buch, §15

Wenn man nun mit unserer Ueberzeugung, daß die Anschauung die erste Quelle aller Evidenz, und die unmittelbare oder vermittelte Beziehung auf sie allein absolute Wahrheit ist, daß ferner der nächste Weg zu dieser stets der sicherste ist, da jede Vermittelung durch Begriffe vielen Täuschungen aussetzt; — wenn wir, sage ich, mit dieser Ueberzeugung uns zur *Mathematik* wenden, wie sie vom Eukleides als Wissenschaft aufgestellt und bis auf den heutigen Tag im Ganzen geblieben ist, so können wir nicht umhin, den Weg, den sie geht, seltsam, ja verkehrt zu finden. Wir verlangen die Zurückführung jeder logischen Begründung auf eine anschauliche; sie hingegen ist mit grosser Mühe bestrebt, die ihr eigenthümliche, überall nahe, anschauliche Evidenz muthwillig zu verwerfen, um ihr eine logische zu substituiren. Wir müssen finden, daß dies ist, wie wenn Jemand sich die Beine abschnitte, um mit Krücken zu gehn (...)

Daß, was Eukleides demonstrirt, alles so sei, muß man, durch den Satz vom Widerspruch gezwungen, zugeben: *warum* es aber so ist, erfährt man nicht. Man hat daher fast die unbehagliche Empfindung, wie nach einem Taschenspielerstreich, und in der That sind einem solchen die meisten Eukleidischen Beweise auffallend ähnlich. Fast immer kommt die Wahrheit durch die

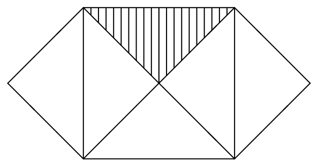
Hinterthür herein, indem sie sich *per accidens* aus irgend einem Nebenumstand ergiebt. Oft schließt ein apagogischer Beweis alle Thüren, eine nach der andern, zu, und läßt nur die eine offen, in die man nun bloß deswegen hinein muß. Oft werden, wie im Pythagorischen Lehrsatze, Linien gezogen, ohne daß man weiß warum: hinterher zeigt sich, daß es Schlingen waren, die sich unerwartet zuziehn und den Assensus des Lernenden gefangen nehmen, der nun verwundert zugeben muß, was ihm seinem innern Zusammenhang nach völlig unbegreiflich bleibt, so sehr, daß er den ganzen Eukleides durchstudiren kann, ohne eigentlich Einsicht in die Gesetze der räumlichen Verhältnisse zu gewinnen, sondern statt ihrer nur einige Resultate aus ihnen auswendig lernt.

Dieses alles aber ist die Folge, wenn man die einer Erkenntnißart eigenthümliche Weise der Begründung und Evidenz grillenhaft abweist, und statt ihrer eine ihrem Wesen fremde gewaltsam einführt. Indessen verdient übrigens die Art, wie vom Eukleides dieses durchgesetzt ist, alle Bewunderung, die ihm so viele Jahrhunderte hindurch geworden und so weit gegangen ist, dass man seine Behandlungsart der Mathematik für das Muster aller wissenschaftlichen Darstellung erklärte, nach der man sogar alle andern Wissenschaften zu modeln sich bemühte, später jedoch hievon zurückkam, ohne sehr zu wissen warum. In unsern Augen kann jene Methode des Eukleides in der Mathematik dennoch nur als eine sehr glänzende Verkehrtheit erscheinen.

Erst zwei tausend Jahre später daher, wird die Lehre Kants, welche so große Veränderungen in allem Wissen, Denken und Treiben der Europäischen Völker hervorzubringen bestimmt ist, auch in der Mathematik eine solche veranlassen. Denn erst nachdem wir von diesem großen Geiste gelernt haben, daß die Anschauungen des Raumes und der Zeit von der empirischen gänzlich verschieden, von allem Eindruck auf die Sinne gänzlich unabhängig, diesen bedingend, nicht durch ihn bedingt, d. h. *a priori* sind, und daher dem Sinnentruge gar nicht offen stehn, erst jetzt können wir einsehn, daß des Eukleides logische Behandslungsart der Mathematik eine unnütze Vorsicht, eine Krücke für gesunde Beine ist, daß sie einem Wanderer gleicht, der Nachts einen hellen festen Weg für ein Wasser haltend, sich hütet ihn zu betreten, und stets daneben auf holprigtem Boden geht, zufrieden von Strecke zu Strecke an das vermeinte Wasser zu stoßen. Erst jetzt können wir mit Sicherheit behaupten, daß, was bei der Anschauung einer Figur sich uns als nothwendig ankündigt, nicht aus der auf dem Papier vielleicht sehr mangelhaft gezeichneten Figur kommt, auch nicht aus dem abstrakten Begriff, den wir dabei denken, sondern unmittelbar aus der uns *a priori* bewussten Form aller Erkenntniß (...)

Eben so lehrt der Pythagorische Lehrsatz uns eine *qualitas occulta* des rechtwinkligen Dreiecks kennen: des Eukleides stelzbeiniger, ja hinterlistiger Beweis verläßt uns beim Warum, und beistehende, schon bekannte, einfache Figur giebt auf einen Blick weit mehr, als jener Beweis, Einsicht in die

Sache und innere feste Ueberzeugung von jener Nothwendigkeit und von der Abhängigkeit jener Eigenschaft vom rechten Winkel:



Auch bei ungleichen Katheten muß es sich zu einer solchen anschaulichen Ueberzeugung bringen lassen, wie überhaupt bei jeder möglichen geometrischen Wahrheit, schon deshalb, weil ihre Auffindung allemal von einer solchen angeschauten Nothwendigkeit ausgieng und der Beweis erst hinterher hinzu ersonnen ward: man bedarf also nur einer Analyse des Gedankenganges bei der ersten Auffindung einer geometrischen Wahrheit, um ihre Nothwendigkeit anschaulich zu erkennen.

So sicher also aus dem in den Prämissen gegebenen Erkenntnißgrunde die im Schlußsatze ausgesprochene Folge fließt, so sicher bedingt der Seynsgrund im Raum seine Folge im Raum: habe ich das Verhältniß dieser Beiden anschaulich erkannt, so ist diese Gewißheit eben so groß, wie irgend eine logische. Ausdruck eines solchen Verhältnisses ist aber jeder geometrische Lehrsatz, eben so gut, wie eines der zwölf Axiome (...)

Aber die Axiome selbst haben nicht mehr unmittelbare Evidenz, als jeder andere geometrische Lehrsatz, sondern nur mehr Einfachheit durch geringeren Gehalt.

Erster Band, Drittes Buch, §36

Die Abneigung genialer Individuen, die Aufmerksamkeit auf den Inhalt des Satzes vom zureichenden Grunde zu richten, wird sich zuerst in Hinsicht auf den Grund des Seyns zeigen, als Abneigung gegen Mathematik, deren Betrachtung auf die allgemeinsten Formen der Erscheinung, Raum und Zeit, welche selbst nur Gestaltungen des Satzes vom Grunde sind, geht und daher ganz das Gegentheil derjenigen Betrachtungen ist, die gerade nur den Inhalt der Erscheinung, die sich darin aussprechende Idee, aufsucht, von allen Relationen absehend. Ausserdem wird noch die logische Behandlung dem Genius widerstehn, da diese, die eigentliche Einsicht verschließend, nicht befriedigt, sondern eine blosse Verkettung von Schlüssen, nach dem Satz des Erkenntnißgrundes darbietend, von allen Geisteskräften am meisten das Gedächtniß in Anspruch nimmt, um nämlich immer alle die früheren Sätze, darauf man sich beruft, gegenwärtig zu haben. Auch hat die Erfahrung bestätigt, dass grosse Genien in der Kunst zur Mathematik keine Fähigkeit haben: nie war ein Mensch zugleich in beiden sehr ausgezeichnet. Alfieri erzählt, dass er sogar nie nur den vierten Lehrsatz des Eukleides begreifen gekonnt. Goethen ist der Mangel mathematischer Kenntniß zur Genüge vorgeworfen worden von den unverständigen Gegnern seiner Farbenlehre: freilich hier, wo es nicht auf Rechnen und Messen nach hypothetischen Datis, sondern auf unmittelbare Verstandeserkenntniß der Ursache und Wirkung ankam, war jener Vorwurf so ganz queer und am unrechten Ort, daß jene ihren totalen Mangel Urtheilskraft dadurch eben so sehr, als durch ihre übrigen Midas-Aussprüche an den Tag gelegt haben. Daß noch heute, fast ein halbes Jahrhundert nach dem Erscheinen der Goethe'schen Farbenlehre, sogar in Deutschland, die Neutonischen Flausen ungestört im Besitz der Lehrstühle bleiben und man fortfährt, ganz ernsthaft von den sieben homogenen Lichtern und ihrer verschiedenen Brechbarkeit zu reden, — wird einst unter den grossen intellektualen Charakterzügen der Menschheit überhaupt und der Deutschheit insbesondere aufgezählt werden.

Zweiter Band, Erstes Buch, Kapitel 12

Hat aber ein Satz absolute Allgemeingültigkeit; so ist die Anschauung, auf die er sich beruft, keine empirische, sondern *a priori*. Vollkommen sichere Wissenschaften sind demnach allein Logik und Mathematik: sie lehren uns aber auch eigentlich nur, was wir schon vorher wußten. Denn sie sind bloße Verdeutlichungen des uns *a priori* Bewußten, nämlich der Formen unseres eigenen Erkennens, die eine der des denkenden, die andere der des anschauenden. Alles andere Wissen ist empirisch.

Die *Deductio ad absurdum* besteht eigentlich darin, daß man, die aufgestellte falsche Behauptung zum Obersatze nehmend und eine richtige Minor hinzufügend, eine Konklusio erhält, welche erfahrungsmäßigen Thatsachen oder unbezweifelbaren Wahrheiten widerspricht.

Index